

Научная статья

УДК 556.3, 519.6, 519.71

<https://doi.org/10.37493/2307-910X.2024.3.5>



Исследование распределенных объектов и систем с использованием пространства $\{G, RE, IM\}$

Иван Митрофанович Першин^{1*}, Виктория Андреевна Носова²

^{1, 2} Северо-Кавказский федеральный университет, Пятигорский институт (филиал), г. Пятигорск, Россия

¹ ivmp@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7618-1173>

² vikaaa27.09@mail.ru

* Автор, ответственный за переписку: Иван Митрофанович Першин, ivmp@yandex.ru

Аннотация. В работе приводятся результаты исследований модернизированного комплексного пространства, используемого для исследования динамических и статических характеристик распределенных объектов и систем. Показана процедура синтеза распределенных регуляторов в рассматриваемом пространстве.

Ключевые слова: распределенные системы, характеристики распределенных объектов в пространстве $\{G, Re, Im\}$, проектирование распределенных систем

Для цитирования: Першин И. М., Носова В. А. Исследование распределенных объектов и систем с использованием пространства $\{G, RE, IM\}$ // Современная наука и инновации. 2024. № 3. С. 50-64. <https://doi.org/10.37493/2307-910X.2024.3.5>

Research article

The nvestigation of distributed objects and systems using $\{G, RE, IM\}$ space

Ivan M. Pershin^{1*}, Victoria A. Nosova²

^{1, 2} North-Caucasus Federal University, Pyatigorsk Institute (branch), Pyatigorsk, Russia

¹ ivmp@yandex.ru; <https://orcid.org/0000-0002-7618-1173>

² vikaaa27.09@mail.ru

* Corresponding author: Ivan M. Pershin, ivmp@yandex.ru

Abstract. The modernized complex space used for the study of dynamic and static characteristics of distributed objects and systems is considered. The procedure for the synthesis of distributed regulators in the considered space is shown.

Keywords: distributed systems, characteristics of distributed objects in space $\{G, Re, Im\}$, design of distributed systems

For citation: Pershin IM, Nosova VA. The nvestigation of distributed objects and systems using $\{G, RE, IM\}$ space. Modern Science and Innovations. 2024;(3):50-64. (In Russ.). <https://doi.org/10.37493/2307-910X.2024.3.5>

Введение. С восьмидесятых годов прошлого века активно начали развиваться методы проектирования распределенных систем управления. Этому способствовало технологическое развитие производственных отраслей в которых стали востребованы системы управления процессами, изменяющимися во времени, и в пространстве. Рассматриваемый класс объектов (процессов) назван объектами с распределенными параметрами.

Материалы и методы исследований. В разработке методов проектирования рассматриваемого класса систем работали известные научные школы, которым удалось решить важные задачи теории и практики (см. работы: Бутковского А.Г. Пустыльников Л.М., Э. Я. Рапопорта Martin J., Сиразетдинова Т.К., Ковалю В.А., Рей У, Desoer С.А., Wing J., Macfarlane A.G.I, and Postlethwalte I. [1-8], а также работы Дегтярева Г.Л., Егорова А.И., Eljai A., Khargonckar P.P. and Poolla K). В рассматриваемых работах был разработан основной понятийный аппарат и сформированы различные подходы к проектированию систем с распределенными параметрами.

В девяностые года прошлого века начали активно развиваться частотные методы анализа и синтеза распределенных систем управления [9-19].

Проблема исследования распределенных систем заключается в том, что имеется бесконечное число передаточных функций (бесконечный спектр), описывающих реакцию объекта на каждую пространственную моду. Требуется разработать методику, позволяющую анализировать частотные характеристики бесконечного рассматриваемого бесконечного спектра. Для этого было сформировано новое пространство $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$, которое позволило представить бесконечный спектр частотных характеристик рассматриваемого распределенного объекта в виде пространственных поверхностей (амплитудной частотной поверхности и фазовой частотной поверхности [9-12]). Используя полученные пространственные поверхности, удалось сформулировать и доказать основные постулаты частотной концепции анализа и синтеза систем с распределенными параметрами. Разработаны аналитические методы анализа и синтеза распределенных систем управления. Решение ряда практических задач, с использованием частотных методов, показано в [20-30]. Были разработаны математические модели распределенных объектов, обладающих оригинальными свойствами [9,12].

Результаты исследований и их обсуждение. Исследование частотных характеристик распределенных объектов и систем в пространстве $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$. Рассмотрим объект, математическая модель, граничные и начальные условия которого записываются в виде:

$$\frac{\partial T(x, z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T(x, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, z, \tau)}{\partial z^2} \right), \quad 0 < x < X_L, 0 < z < Z_L \quad (1)$$

$$T(0, z, \tau) = T(x, 0, \tau) = T(X_L, z, \tau) = 0; \quad \lambda \cdot \partial T(x, Z_L, \tau) / \partial z = U(x, \tau) \quad T(x, z, 0) = 0.$$

Входное воздействие, в соответствии с граничными условиями, имеет вид:

$$U(x, \tau) = \sum_{\eta=1}^{\infty} C_{\eta}(\tau) \cdot B(\psi_{\eta} \cdot x),$$

где: $B(\psi_{\eta} \cdot x)$ - тригонометрические функции (B -пространственные моды, ψ_{η} - пространственные частоты [1,4]) записываются в виде:

$$B(\psi_{\eta} \cdot x) = \sin(\psi_{\eta} \cdot x); \quad \psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / X_L; \quad \eta = 1.. \infty; \quad ([1,4]).$$

Решая уравнения (1), получим:

$$\bar{T}_{\eta}(x, z^*, s) = \frac{\exp(\beta_{\eta} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta} \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta} (\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot Z_L) + \exp(-\beta_{\eta} \cdot Z_L))} \cdot \bar{C}_{\eta}(s) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x)$$

Передаточная функция рассматриваемого объекта записывается в виде:

$$W_{0, \eta}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta} \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta} \cdot (\exp(\beta_{\eta} \cdot Z_L) - \exp(-\beta_{\eta} \cdot Z_L))}, \quad \beta_{\eta, \gamma} = \left(\frac{s}{a} + G_{\eta} \right)^{0.5}, \quad G_{\eta} = \psi_{\eta}^2, \quad (\eta = \overline{1, \infty})$$

где: Z_L, z^* – заданные фиксированные значения ($0 < z^* < Z_L$); G_{η} – дискретная функция.

Поскольку входное воздействие U зависит от пространственной координаты (x), то далее будем называть его **одномерным**. Аналогичные передаточные функции могут получены для различной мерности входного воздействия [9-12].

для двумерного входного воздействия

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} C_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot B(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \widehat{B}(\varphi_{\gamma} \cdot y),$$

где: $B(\psi_{\eta} \cdot x)$, $\widehat{B}(\varphi_{\gamma} \cdot y)$, – тригонометрические функции, определяемые с учетом условий;

ψ_{η} , φ_{γ} – пространственные частоты [1]

$$W_{0, \eta, \gamma}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot z^*) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot z^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta, \gamma} \cdot (\exp(\beta_{\eta, \gamma} \cdot Z_L) - \exp(-\beta_{\eta, \gamma} \cdot Z_L))},$$

$$\beta_{\eta, \gamma} = \left(\frac{s}{a} + G_{\eta, \gamma} \right)^{0.5}, \quad G_{\eta, \gamma} = \psi_{\eta}^2 + \varphi_{\gamma}^2, \quad (\eta, \gamma = \overline{1, \infty})$$
(2)

где: Z_L, z^* – заданные фиксированные значения ($0 < z^* < Z_L$);

$G_{\eta, \gamma}$ – дискретная функция.

для трехмерного входного воздействия

$$U(x, y, z, \tau) = \sum_{\eta, \gamma, \zeta=1}^{\infty} C_{\eta, \gamma, \zeta}(\tau) \cdot B(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \widehat{B}(\varphi_{\gamma} \cdot y) \cdot \widehat{\widehat{B}}(\widehat{\varphi}_{\zeta} \cdot z),$$

где: $B(\psi_{\eta} \cdot x)$, $\widehat{B}(\varphi_{\gamma} \cdot y)$, $\widehat{\widehat{B}}(\widehat{\varphi}_{\zeta} \cdot z)$, – тригонометрические функции, определяемые с учетом граничных условий; ψ_{η} , φ_{γ} , $\widehat{\varphi}_{\zeta}$ – пространственные частоты [1].

$$W_{0, \eta, \gamma, \zeta}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot v^*) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot v^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot (\exp(\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot V_L) - \exp(-\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot V_L))},$$

$$\beta_{\eta, \gamma, \zeta} = \left(\frac{s}{a} + G_{\eta, \gamma, \zeta} \right)^{0.5}, \quad G_{\eta, \gamma, \zeta} = \psi_{\eta}^2 + \varphi_{\gamma}^2 + \widehat{\varphi}_{\zeta}^2, \quad (\eta, \gamma, \zeta = \overline{1, \infty})$$
(3)

где: V_L, v^* – заданные фиксированные значения пространственной

координаты v ($0 < v^* < V_L$); $G_{\eta, \gamma, \zeta}$ – дискретная функция.

Если для фиксированных значений $G_{\eta, \gamma, \zeta}^* = G_{\bar{\eta}, \bar{\gamma}, \bar{\zeta}}$, то и частотные характеристики таких пространственных мод (годографы (см. рис.1)) будут совпадать.

На рис. 1 показаны спектры частотных характеристик (по пространственным модам) для входных воздействий различной мерности. Известно, что пространственные моды обладают свойством ортогональности. Положим, что система управления состоит из распределенного регулятора и распределенного объекта. Как известно, передаточная функция распределенного регулятора формируется в процессе синтеза. Синтезированный регулятор описывается уравнением в частных производных. В [9-12] приводятся условия обеспечения ортогональности пространственных мод, функционирующих в распределенных системах (обеспечение пространственной инвариантности рассматриваемых систем). Пространственно-инвариантная система представляется

бесконечной совокупностью независимых, (условно сосредоточенных) систем [9]. В [9,11] исследована возможность применения критерия Найквиста к рассматриваемому классу распределенных систем. Доказано, что если каждый контур условно сосредоточенной системы будет устойчив, то устойчивой будет и вся система. Переход от бесконечного набора частотных характеристик к пространственному годографу (в пространстве $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$), показан на рис. 1.

Переход от дискретных функций $G_{\eta, \gamma, \zeta}$ к непрерывной обобщенной координате G [11] показан ниже:

$$W_{0, \eta, \gamma, \zeta}(s) = \frac{\exp(\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot v^*) + \exp(-\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot v^*)}{\lambda \cdot \beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot (\exp(\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot V_L) - \exp(-\beta_{\eta, \gamma, \zeta} \cdot V_L))},$$

$$\beta_{\eta, \gamma, \zeta} = \left(\frac{s}{a} + G_{\eta, \gamma, \zeta} \right)^{0.5}, \quad G_{\eta, \gamma, \zeta} = \psi_{\eta}^2 + \varphi_{\gamma}^2 + \hat{\varphi}_{\zeta}^2, \quad (\eta, \gamma, \zeta = \overline{1, \infty}),$$

$$\Downarrow$$

$$W_0(G, s) = \frac{\exp(\beta(G, s) \cdot v^*) + \exp(-\beta(G, s) \cdot v^*)}{\lambda \cdot \beta(G, s) \cdot (\exp(\beta(G, s) \cdot V_L) - \exp(-\beta(G, s) \cdot V_L))},$$

$$\beta = \left(\frac{s}{a} + G \right)^{0.5}, \quad G_H = G_{1,1,1}, \quad G_H \leq G \leq \infty.$$
(4)

(Функции $W_0(G, s=j\omega)$ относятся к классу гладких).

Полагая в (4) $s=j\omega$ и изменяя $0 \leq \omega < \infty$, а значение $G_H \leq G \leq \infty$, вектор $W_0(G, s=j\omega)$ в пространстве $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$ опишет поверхность, которая названа [11] пространственным годографом (см. рис.1).

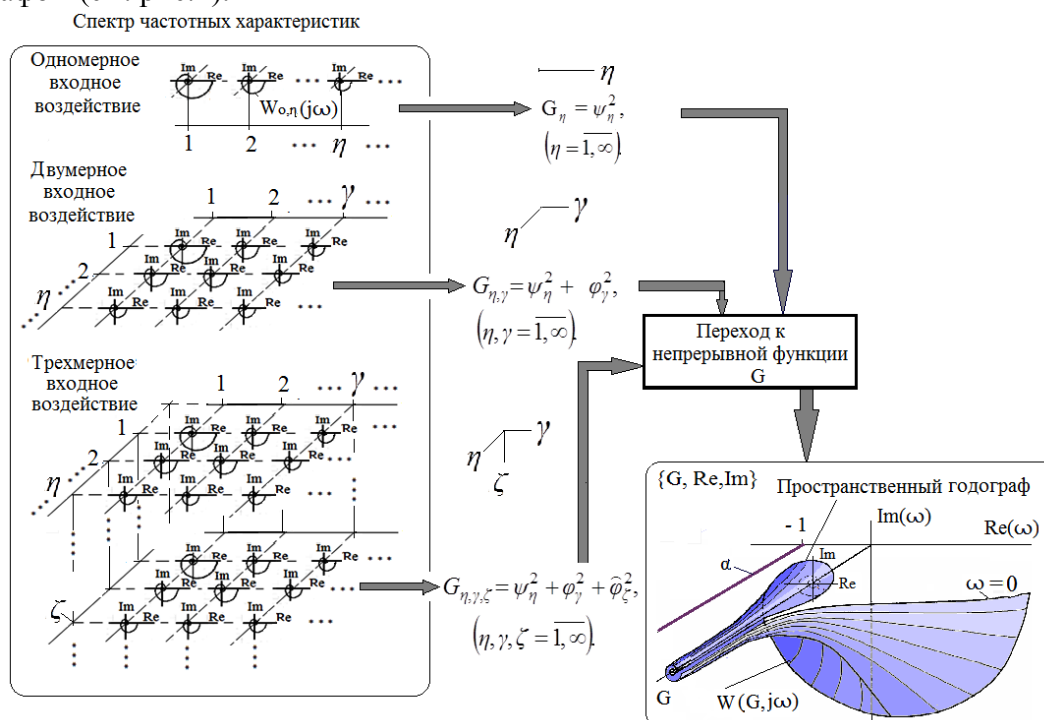


Рисунок 1 – Переход в пространство $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$ / Figure 1 – Transition to the space $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$

Обобщение критерия Найквиста для рассматриваемых систем управления, приведено [30]:

$$\frac{1}{2\pi j} \oint_{\sigma} \frac{\Phi_p(s) ds}{1 + \Phi_p(s)} = \frac{1}{2\pi j} \arg(1 + \Phi_p(s)) \Big|_{\sigma} = m_1 - m_2;$$

При отображении контура интегрирования σ на всю правую полуплоскость s показано [30,9], что для устойчивости системы достаточно, чтобы:

- разность числа нулей (m_1) и числа полюсов (m_2) функции $\Phi_p(s)+1$ должны быть конечной величиной;

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \Phi_p(s) = \text{const}$$

Для объектов (1) – (3) (см. [9–12]) выполняются, наложенные выше ограничения.

Рассмотренное выше пространство $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$ позволяет получить графическую интерпретацию *критерия устойчивости Найквиста* для систем с распределенными параметрами:

-положим, что передаточная функция разомкнутой системы ($W(G, s)$), аналогична функциям (2)-(4); -положим, что у рассматриваемых функций ($W(G, s=j\omega)$) нет корней, лежащих в правой полуплоскости.

В рассматриваемом случае, для устойчивости замкнутой системы достаточно, чтобы пространственный годограф ($W(G, s=j\omega)$) не охватывал линию α (см. рис. 2) [9].

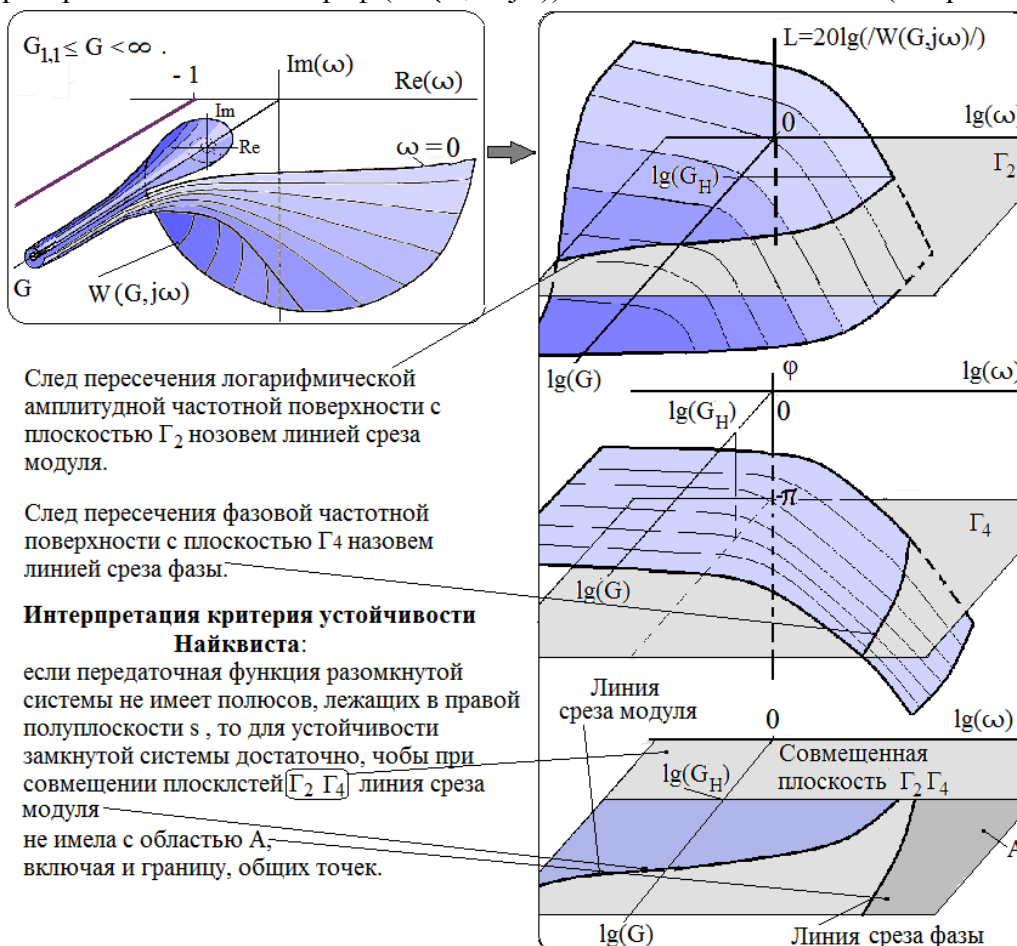


Рисунок 2 – Переход от пространственного годографа к амплитудным и фазовым частотным поверхностям в пространстве $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$ / Figure 2 – Transition from spatial hodograph to amplitude and phase frequency surfaces in space $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$

(в практике, при применении критерия Найквиста, поскольку становится проблематичным проконтролировать число охватов пространственным годографом линии

α , при $G \rightarrow \infty$ (см. рис.1), существует *ограничение* – «передаточная функция разомкнутой системы не должна иметь корней, лежащих в правой полуплоскости».)

На рис. 2 показан переход от пространственного годографа к логарифмическим амплитудным и фазовым частотным поверхностям.

Структура распределенных регуляторов формируется с использованием специального набора, распределенных звеньев [9-12]. Набор распределенных звеньев, аппроксимирующих статические и динамические характеристики распределенных объектов и процедура определения параметров рассматриваемых звеньев приведены в [13-15,28,29].

Наиболее часто применяются распределенные регуляторы, реализующие пропорционально – интегрально – дифференциальный закон управления [16-29], передаточная функция которого записывается в виде:

$$W(x, y, s) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \nabla^2 \right] + E_4 \cdot \left[\frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \nabla^2 \right] \cdot \frac{1}{s} + E_2 \cdot \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \nabla^2 \right] \cdot s, \quad (5)$$

$$0 < x < L_x, 0 < y < L_y,$$

где: E_i – заданные числа; x, y – пространственные координаты; ∇^2 – лапласиан; s – оператор Лапласа; n_i – весовые коэффициенты ($n_i \geq 1$), $i=1,2,4$.

Передаточная функция (5), записанная с использованием G , имеет вид [11,12]:

$$W(G, s) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{1}{n_1} G \right] + E_4 \cdot \left[\frac{n_4 - 1}{n_4} + \frac{1}{n_4} G \right] \cdot \frac{1}{s} + E_2 \cdot \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} + \frac{1}{n_2} G \right] \cdot s, \quad G_H \leq G \leq \infty. \quad (6)$$

Для частотного анализа распределенного регулятора положим в (6) $s=j\omega$ и определим модуль (M) и фазу (φ) функции $W(G, j\omega)$:

$$M(G, \omega) = \left[\left(\frac{K_2(G) \cdot \omega^2 - K_4(G)}{\omega} \right)^2 + (K_1(G))^2 \right]^{1/2},$$

$$\varphi(G, \omega) = \arctg \left(\frac{K_2(G) \cdot \omega^2 - K_4(G)}{\omega \cdot K_1(G)} \right),$$

$$K_i(G) = E_i \left[\frac{n_i - 1}{n_i} + \frac{1}{n_i} G \right], \quad (i = 1, 2, 4). \quad G_H \leq G \leq \infty.$$

Минимальное значение модуля $M_m(G, \omega) = K_1(G)$ будет при:

$$K_2(G) \cdot \omega^2 - K_4(G) = 0 \quad \text{или} \quad \lg \omega = 0,5 \cdot [\lg K_4(G) - \lg K_2(G)].$$

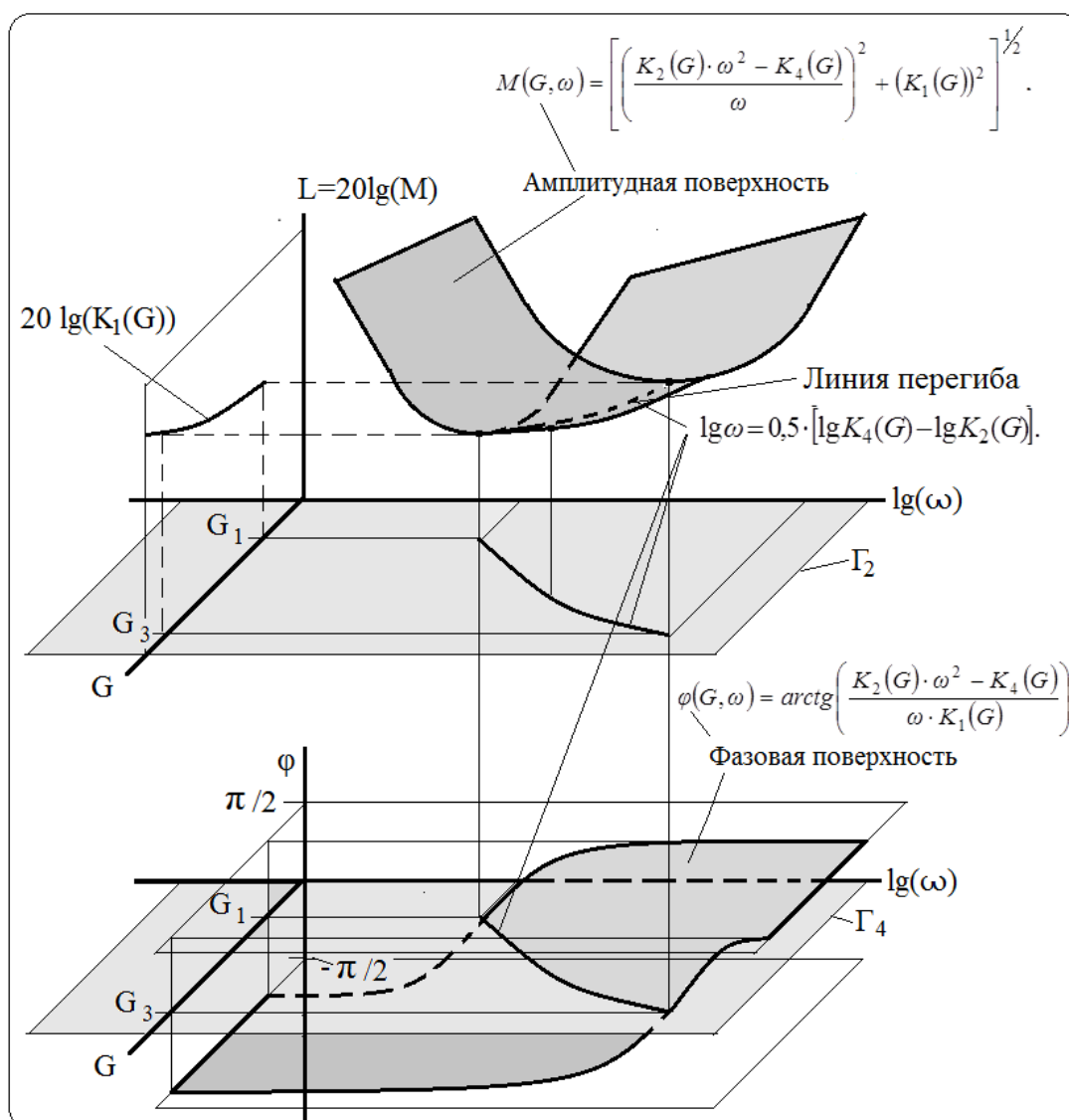


Рисунок 3 – Логарифмические частотные поверхности распределенного регулятора (6) в пространстве $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$ / Figure 3 – Logarithmic frequency surfaces of the distributed controller (6) in the space $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$

На рис.3 показаны частотные поверхности распределенного регулятора (6). Аналогичные поверхности могут быть построены и для распределенных регуляторов, реализующих другие законы управления.

Положим, что на вход распределенного регулятора подано воздействие, например $\Delta T(x, y, \tau)$. Запишем функцию выхода в пространстве состояний:

$$\begin{aligned}
 U(x, y, s) = & E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} \cdot \Delta T(x, y, \tau) - \frac{1}{n_1} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Delta T(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right) \right] + \\
 & + E_4 \cdot \int_{\tau} \left[\frac{n_4 - 1}{n_{41}} \cdot \Delta T(x, y, \tau) - \frac{1}{n_4} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Delta T(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right) \right] \cdot d\tau + \\
 & E_2 \cdot d \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} \cdot \Delta T(x, y, \tau) - \frac{1}{n_2} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Delta T(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta T(x, y, \tau)}{\partial y^2} \right) \right] / d\tau, \\
 & 0 < x < L_x, 0 < y < L_y,
 \end{aligned} \tag{7}$$

Графическая процедура определения параметров рассматриваемого регулятора (5) показана на рис.4.

Процедура синтеза

1. Для выбранных пространственных мод строим амплитудные и фазовые частотные характеристики и определяем линию среза фазы разомкнутой системы (см. рис.4, а));
2. Учитывая требуемый запас устойчивости по фазе для $(\Delta\varphi)$, проводим плоскость Γ_5 , параллельную плоскости Γ_4 и определяем желаемую линию среза модуля разомкнутой системы (см. рис.4, а));
3. Проектируем точки, принадлежащие желаемой линии среза модуля разомкнутой системы на амплитудную поверхность (см. рис.4, б)), определяем линию коэффициента усиления распределенного объекта и линию перегиба распределенного регулятора (см. рис.4, в, г)).
4. Используя совмещенную плоскость Γ_2, Γ_4 (см. рис.4, д)), исследуем устойчивость замкнутой системы при $G \Rightarrow \infty$

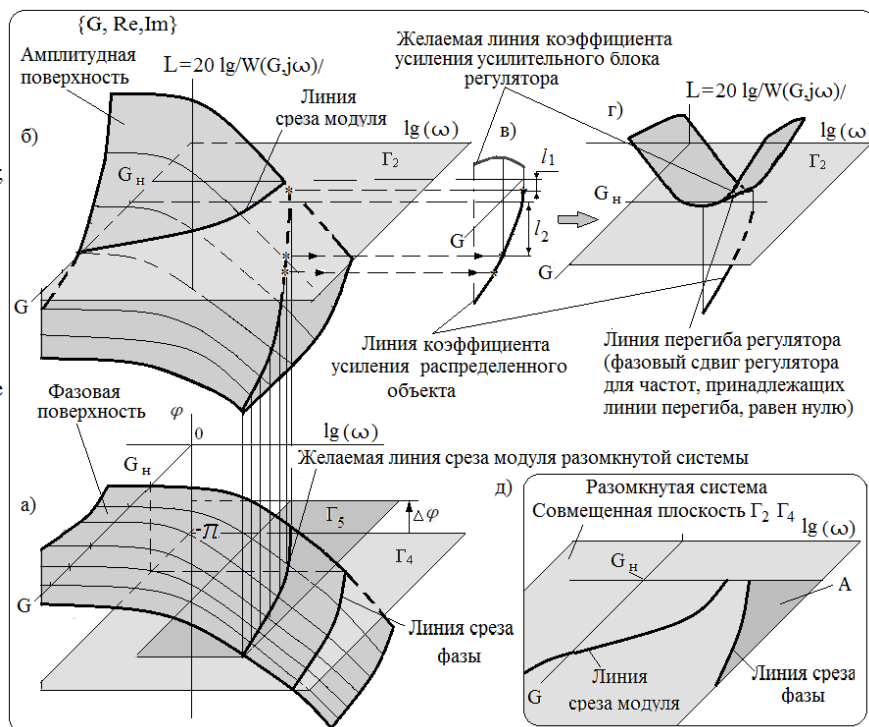


Рисунок 4 – Синтез распределенного регулятора / Figure 4 – Synthesis of a distributed controller

Описание процедуры синтеза распределенного регулятора в пространстве $\{G, \text{Re}, \text{Im}\}$, приведено на рис.4.

Рассмотренная выше процедура синтеза, использующая геометрические построения, записана в виде методики [9-12], которая реализована в программном продукте, использована при решении ряда практических задач [15-29], а также в учебном процессе каф СУ и ИТ, СКФУ.

Приведем небольшой фрагмент рассматриваемой методики, позволяющий вычислить параметры пространственно-усилительного звена рассматриваемого распределенного регулятора:

1. Для двух выбранных пространственных мод (G_1 и G_N) определим желаемые точки среза модуля разомкнутой системы (см. рис.4, а)).

Полагая, что фазовый сдвиг, вносимый в систему регулятором равен нулю, для выбранных пространственных мод (G_1 и G_N) определим значения ω_1 и ω_N , обеспечивающие заданный запас устойчивости по фазе ($\Delta\varphi$):

$$-\pi + \Delta\varphi = \arctg(\text{Im}(W(G, j\omega)) / \text{Re}(W(G, j\omega))) \quad (8)$$

($W(G, j\omega)$ – комплексный передаточный коэффициент объекта управления).

2. Определение параметров пространственно-усилительного звена

Подставляя $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_N$ в соотношение:

$$M(G) = ((\text{Im}(W(j\omega)))^2 + (\text{Re}(W(j\omega)))^2)^{0.5},$$

определим значения модуля объекта для выбранных пространственных мод G_1 и G_N . Положим, что коэффициенты усиления объекта в рассматриваемых точках (см. рис.4 в)) равны M_1 и M_N . Коэффициенты усиления регулятора для выбранных пространственных мод G_1 и G_N определяются из соотношения (см. рис.4 в)):

$$\bar{M}_1 = (M_1)^{-1}, \quad \bar{M}_N = (M_N)^{-1}. \quad (9)$$

Запишем условия для определения параметров p_1 и E_1 (для выбранных пространственных мод G_1 и G_N):

$$\bar{M}_1 = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right], \quad (10) \quad \bar{M}_N = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_N}{n_1} \right]. \quad (10)$$

Поделив (11) на (10), получим:

$$n_1 = \frac{-1 + \Delta M - \Delta M \cdot G_1 + G_N}{\Delta M - 1}, \quad \Delta M = \frac{\bar{M}_N}{\bar{M}_1} \quad (11)$$

На значение n_1 наложено ограничение: $n_1 \geq 1$ [1,4].

Подставляя вычисленное значение n_1 в (10) и преобразуя, получим:

$$E_1 = \bar{M}_1 / \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} + \frac{G_1}{n_1} \right].$$

Аналогично могут быть вычисление и другие параметры распределенного регулятора [9, 11].

С использованием пространства $\{G, Re, Im\}$, для систем с распределенными параметрами, решены следующие задачи:

1. Разработана структура звеньев, аппроксимирующих динамические и статические характеристики распределенных объектов;
2. Получена методика определения параметров аппроксимирующих звеньев;
3. Разработана методика синтеза распределенных регуляторов;
4. Получена методика анализа устойчивости замкнутых распределенных систем;

Рассматриваемые методики реализованы в программном продукте каф. систем управления и информационных технологий Пятигорского института (филиала) Северо–Кавказского федерального университета и используется в методическом обеспечении учебного процесса.

Исследование характеристик распределенных объектов, обладающих оригинальными свойствами. В [10, 12] приведены математические модели объектов, обладающие оригинальными свойствами. Рассмотрим результаты исследования пространственных фильтров и пространственных сканеров с использованием элементов пространства $\{G, Re, Im\}$.

На рис. 5 приведены основные этапы исследования рассматриваемых распределенных объектов.

Рассмотрим основные этапы подготовки и работы одномерного пространственного фильтра и пространственного сканера:

1. *Подготовительный этап:*

1. Запишем математическую модель одномерного пространственного фильтра (см. рис.5, а)) и, запишем передаточную функцию рассматриваемого объекта (см. рис.5, в)), представляя входное воздействие в виде ряда Фурье (см. рис.5, б);

2. Представим математическую модель одномерного пространственного фильтра в дискретном виде (схема дискретизации показана на рис 5, г)) и запишем дискретный аналог математической модели рассматриваемого объекта в матричном виде (см. рис.5, д) (формирование матрицы (D) и векторов (U-вектор входных воздействий, X-вектор функций выхода) показано [9,31]))

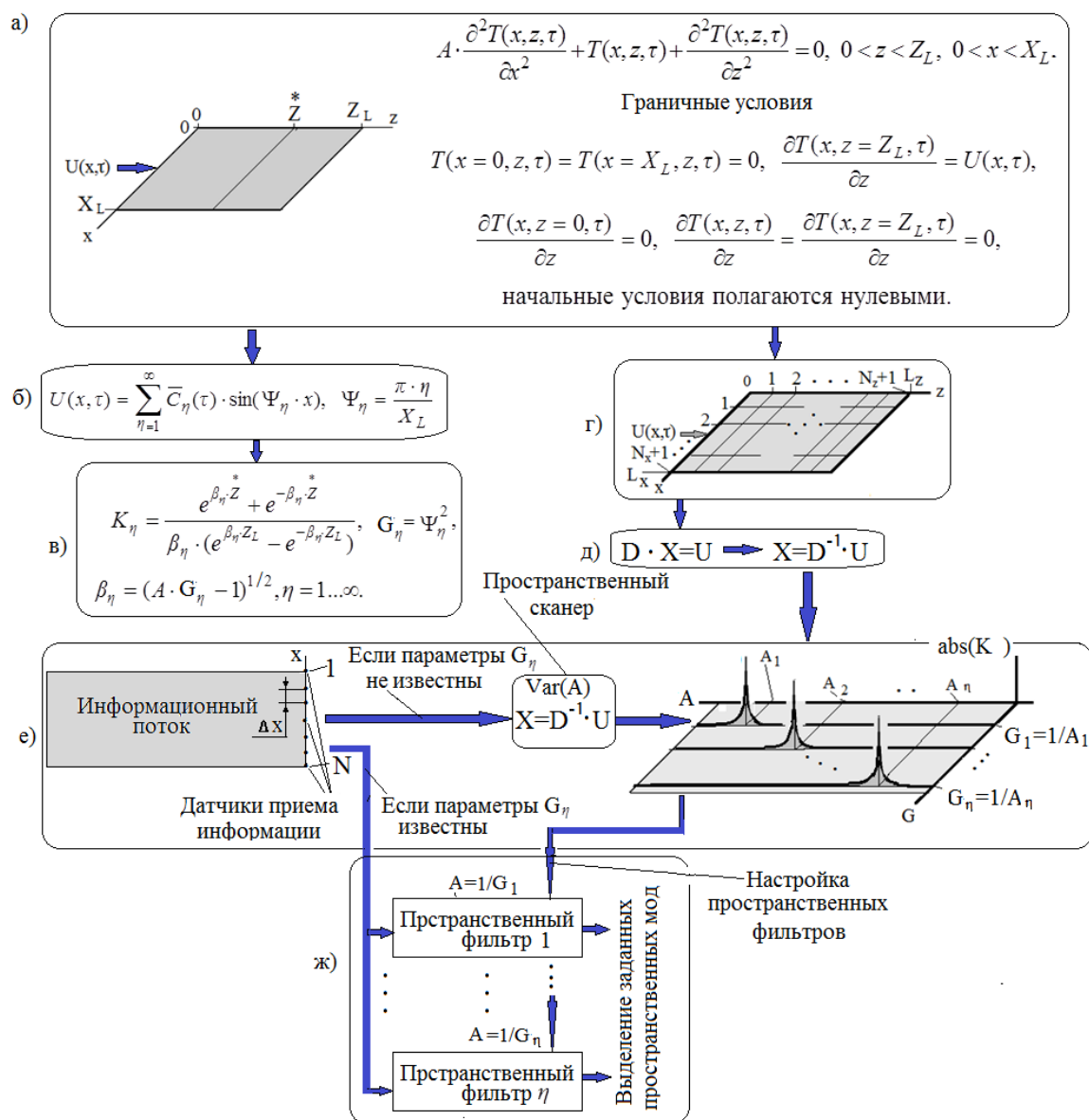


Рисунок 5 – Общая схема построения система обработки распределенной информации / Figure 5 – The general scheme of the distributed information processing system

II. Этап работы пространственных фильтров:

1. Положим, что информационный поток сформирован совокупностью пространственных мод, для которых известны значения ($G_i, i=1 \dots \eta$). В рассматриваемом случае определяем значения A_i ($i=1 \dots \eta$) и уточняя полученные значения A_i (с использованием параметра Δz , см. [31]), сформируем математические модели пространственных фильтров по выбранным пространственным модам (см. рис.5, ж)).

2. Положим, что информационный поток сформирован из неизвестных пространственных мод.

В этом случае, для идентификации пространственных мод, используется пространственный сканер [9,10] (см. рис.5, е)). Изменяя значение параметра A ($A_H \geq A > 0$), где A_H – выбранное начальное значение, изменяя значение параметра A , определяем значения A_{η} , в которых амплитуда функций выхода $\rightarrow \infty$ (в рассматриваемых точках определитель матрицы $D \rightarrow 0$). Используя вычисленные параметры, настраиваем пространственные фильтры на выделение заданных пространственных мод.

Рассматриваемая методика по исследованию электромагнитных полей различных физических объектов была реализована в лабораторном комплексе Пятигорского технологического университета [9,10], который позднее вошел в состав СКФУ.

Заключение. На основе исследований распределенных объектов в пространстве

$\{G, Re, Im\}$, была разработана частотная концепция анализа и синтеза систем с распределенными параметрами. Пространство $\{G, Re, Im\}$ позволяет исследовать устойчивость замкнутой распределенной системы при $G \rightarrow \infty$;

1. С использованием процедуры синтеза, приведенной на рис.4, разработаны аналитические методики анализа и синтеза выделенного класса распределенных систем;

2. С использованием аналитических методик, были решены задачи проектирования распределенных систем управления для ряда технических объектов;

3. Рассматриваемое пространство позволяет исследовать распределенные объекты с нестандартными свойствами и использовать их для проектирования систем обработки распределенных сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А. Г. Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1977. 320 с.
2. Бутковский А. Г., Пустыльников Л. М. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами. М.: Наука, 1980. 383 с.
3. Коваль В. А. Спектральный метод анализа и синтеза распределенных управляемых систем. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 1997. 192 с.
4. Сиразетдинов Т. К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977. 479 с.
5. Рапопорт Э. А. Альтернативный метод в прикладных задачах оптимизации. М.: Наука 2000. 336 с.
6. Рей У. Методы управления технологическими процессами. М.: Мир, 1983. 367 с.
7. Desoer C. A., Wing J. The minimal time discrete system // J. Franklin Inst. 1961. Vol. 272. No. 3. P. 208–228.
8. Macfarlane A. G. I, Postlethwalte I. The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci // Int. J. Control. 1977. Vol. 25. No. 1. P. 81–127.
9. Малков А. В., Першин И. М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
10. Першин И. М. Распределенные системы обработки информации. Изд-во РИА-КМВ. 2008. 148 с.
11. Першин И. М. Частотная концепция анализа и синтеза систем с распределенными параметрами. Отпечатано в типографии ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Пятигорский институт (филиал) СКФУ, 2023. 171 с.
12. Першин И. М., Шестопалов М. Ю. Проектирование распределенных систем. Теория и практика. 2-е издание, переработанное и дополненное. Отпечатано в типографии ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский федеральный университет», Пятигорский институт (филиал) СКФУ, 2023. 252 с.
13. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Аппроксимационные модели передаточных функций распределенных объектов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2015. № 7 (168). С. 126–138.
14. Першин И. М., Веселов Г. Е., Першин М. И. Методы аппроксимации передаточных функций распределенных объектов. Системный Синтез и Прикладная Синергетика. Сборник трудов 7-й Всероссийской научной конференции (5–9 октября 2015 г., Россия, г. Таганрог). Издательство ЮФУ. ГСП 17А. С. 106–117.
15. Першин И. М., Носова В. А., Русак С. Н. Определение параметров распределенных звеньев, аппроксимирующих гидrolитосферные процессы // Современная наука и инновации. 2021. № 2 (34). С. 10–16.
16. Pershin I. M., Papush E. G., Kukharova T. V., Utkin V. A. Modeling of distributed control system for network of mineral water wells. Water. 2023. Vol. 15. Art. No. 2289. <https://doi.org/10.3390/w15122289>
17. Першин И. М., Носова В. А., Цаплева В. В. Самонастраивающиеся распределенные системы управления // Современная наука и инновации. 2023. № 1 (41). С. 16–29.

18. Asadulagi M.-A.-M, Pershin I. M., Tsapleva V. V. Research on Hydrolithospheric Processes Using the Results of Groundwater Inflow Testing. *Water*. 2024. 16 (3). Art. No. 487. <https://doi.org/10.3390/w16030487>
19. Pershin I. M., Papush E. G., Malkov A. V., Kukharova T. V., Spivak A. O. Operational Control of Underground Water Exploitation Regimes. 2019 III International Conference on Control in Technical Systems (CTS), St. Petersburg, Russia, 2019. P. 77–80. <https://doi.org/10.1109/CTS48763.2019.8973323>
20. Першин И. М., Малков А. В., Помеляйко И. С. Проблемы экологической безопасности гидроминеральной базы курорта Кисловодска. Третий национальный форум «Нарзан - 2015». Актуальные проблемы гидrolитосферы (диагностика, прогноз, управление). Сборник докладов. Пятигорск, РИА КМБ 2015. 648 с. С. 92–115.
21. Pershin I. M., Kukharova T. V., Tsapleva V. V. Designing of distributed systems of hydrolithosphere processes parameters control for the efficient extraction of hydromineral raw materials. *Journal of Physics: Conference Series* 1728. Art. No. 012017. Annual International Conference on Complex Equipment and Quality Control Laboratories, CEQCL 2020, 14 April 2020 - 17 April 2020. ISSN 17426588. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1728/1/012017>
22. Першин И. М., Малков А. В., Дубогрей В. Ф. Методика синтеза распределенных систем управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод // Известия вузов. Геология и разведка. 2012. № 2. С. 74–78.
23. Першин И. М., Малков А. В., Криштал В. А. Построение системы управления параметрами эксплуатации системы добычи минеральной воды в регионе КМБ // Современная наука и инновации. 2013. № 1. С. 17–21.
24. Kukharova T. V., Ilyushin Yu. V., Asadulagi M.-A.M. Investigation of the OA-300M Electrolysis Cell Temperature Field of Metallurgical Production. *Energies*. 2022. Vol. 15 (23). Art. No. 9001. <https://doi.org/10.3390/en15239001>
25. Martirosyan A. V., Ilyushin Yu. V., Afanaseva O. V. Development of a distributed mathematical model and control system for reducing pollution risk in mineral water aquifer systems (2022). 2022. *Water*. Vol. 14 (2). Art. No. 151. <https://doi.org/10.3390/w14020151>
26. Ereemeeva A. M., Ilyushin Yu. V. Automation of the control system for drying grain crops of the technological process for obtaining biodiesel fuels. *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. Art. No. 14956. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-41962-0>
27. Малков А. В., Першин И. М., Помеляйко И. С. Проблемы экологической безопасности гидроминеральной базы курорта Кисловодск // Актуальные проблемы гидrolитосферы (диагностика, прогноз, управление, оптимизация и автоматизация). Сборник докладов. Редакционная коллегия: Бородавкин П. П., Малков А. В., Першин И. М., 2015. С. 92–116.
28. Першин И. М., Носова В. А., Малков А. В. Проектирование распределенных систем управления с использованием результатов экспериментальных исследований. XI Всероссийская научная конференция «Системный синтез и прикладная синергетика»: сборник научных трудов. Издательско - полиграфический комплекс КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ. 2022. 362 с. <https://doi.org/10.18522/syssyn-2022-42>
29. Першин И. М., Носова В. А., Цаплева В. В. Методика проектирования распределенных самонастраивающихся систем управления. V Международная научная конференция по проблемам управления в технических системах (ПУТС-2023). Сборник докладов. Санкт-Петербург. 26–28 сентября 2023 г. СПб: СПбГЭТУ «ЛЭТИ». 298 с. ISBN 978-5-7629-3236-3.
30. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Особые линейные и нелинейные системы. М: Энергия, 1981. 303 с.
31. Першин И. М. Исследование характеристик пространственных фильтров // Современная наука и инновации. 2024. № 2 (46). С. 48–58.

REFERENCES

1. Butkovskii AG. Structural Theory of Distributed Systems. Moscow: Nauka; 1977. 320 p. (In Russ.).
2. Butkovskii AG, Pustyl'nikov LM. Theory of mobile control of systems with distributed parameters. Moscow: Nauka; 1980. 383 p. (In Russ.).
3. Koval' VA. Spectral method for analysis and synthesis of distributed controlled systems. Saratov: Saratov State Technhical University; 1997. 192 p. (In Russ.).
4. Sirazetdinov TK. Optimization of systems with distributed parameters. Moscow: Nauka; 1977. 479 p. (In Russ.).
5. Rapoport EA. Optimization of systems with distributed parameters. Moscow: Nauka; 2000. 336 p. (In Russ.).
6. Rei W. Methods of technological process control. Moscow: Mir; 1983. 367 p. (In Russ.).
7. Desoer SA, Wing J. The minimal time discrete system. J. Franklin Inst. 1961;272(3):208-228.
8. Macfarlane AGI, Postlethwalte I. The generalized Nyquist stability criterion and multivariable root loci. Int. J. Control. 1977;25(1):P. 81-127.
9. Malkov AV, Pershin IM. Distributed parameter systems. Analysis and synthesis. Moscow: Nauchnyi mir; 2012. 476 p. (In Russ.).
10. Pershin IM. Distributed information processing systems. RIA-KMV Publishing House; 2008. 48 p. (In Russ.).
11. Pershin IM. Frequency concept of analysis and synthesis of systems with distributed parameters. Printed in the printing house of the North-Caucasus Federal University Pyatigorsk Institute (branch) of NCFU; 2023. 171 p. (In Russ.).
12. Pershin IM, Shestopalov MYu. Design of distributed systems. Theory and practice. 2nd edition, revised and supplemented. Printed in the printing house of the North-Caucasus Federal University Pyatigorsk Institute (branch) of NCFU; 2023. 252 p. (In Russ.).
13. Pershin IM, Veselov GE, Pershin MI. Approximating models of transfer functions of distributed objects. Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. 2015;7(168):126-138. (In Russ.).
14. Pershin IM, Veselov GE, Pershin MI. Methods of approximation of transfer functions of distributed objects. System Synthesis and Applied Synergetics. In Collection of works of the 7th All-Russian scientific conference (October 5-9, 2015, Russia, Taganrog). Publishing House of SFedU. GSP 17A, 2015;106-117. (In Russ.).
15. Pershin IM, Nosova VA, Rusak SN. Ways of modeling distributed systems with random effects. Modern Science and Innovations. 2021;2(34):10-16. (In Russ.).
16. Pershin IM, Papush EG, Kukharova TV, Utkin VA. Modeling of distributed control system for network of mineral water wells. Water. 2023;15:2289. <https://doi.org/10.3390/w15122289>
17. Pershin IM, Nosova VA, Tsapleva VV. Self-adjusting distributed control systems. Modern Science and Innovations. 2023;1(41):16-29. (In Russ.).
18. Asadulagi M-AM, Pershin IM, Tsapleva VV. Research on hydrolithospheric processes using the results of groundwater inflow testing. Water. 2024;16(3):487. <https://doi.org/10.3390/w16030487>
19. Pershin IM, Papush EG, Malkov AV, Kukharova TV, Spivak AO. Operational Control of Underground Water Exploitation Regimes. In 2019 III International Conference on Control in Technical Systems (CTS), St. Petersburg, Russia, 2019;77-80. <https://doi.org/10.1109/CTS48763.2019.8973323>
20. Pershin IM, Malkov AV, Pomelyaiko IS. Problems of environmental safety of the hydromineral base of the Kislovodsk resort. Third national forum "Narzan - 2015". Actual problems of the hydrolithosphere (diagnostics, forecast, management). Collection of reports. Pyatigorsk, RIA KMV 2015; 648 p. P. 92-115. (In Russ.).

21. Pershin IM, Kukharova TV, Tsapleva VV. Designing of distributed systems of hydrolithosphere processes parameters control for the efficient extraction of hydromineral raw materials. Journal of Physics: Conference Series 1728. Art. No. 012017. Annual International Conference on Complex Equipment and Quality Control Laboratories, CEQCL 2020, 14 April 2020 - 17 April 2020. ISSN 17426588. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1728/1/012017>
22. Pershin IM, Malkov AV, Dubogrei VF. Methodology for the synthesis of distributed control systems for the operation modes of mineral water deposits. Proceedings of higher educational establishments. Geology and Exploration. 2012;(2):74-78. (In Russ.).
23. Pershin IM, Malkov AV, Krishtal VA. Creation of a control system by parameters of operation of system of production of mineral water in the region of Caucasus Mineralnye Vody region. 2012;(1):17-21. (In Russ.).
24. Kukharova TV, Ilyushin YuV, Asadulagi M-AM. Investigation of the OA-300M Electrolysis Cell Temperature Field of Metallurgical Production. Energies. 2022;15:9001. <https://doi.org/10.3390/en15239001>
25. Martirosyan AV, Ilyushin YuV, Afanaseva OV. Development of a distributed mathematical model and control system for reducing pollution risk in mineral water aquifer systems. Water. 2022;14(2):151. <https://doi.org/10.3390/w14020151>
26. Eremeeva AM, Ilyushin YuV. Automation of the control system for drying grain crops of the technological process for obtaining biodiesel fuels. Scientific Reports. 2023. Vol. 13. Art. No. 14956. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-41962-0>
27. Pershin IM, Pershin IM, Pomelyaiko IS. Problems of environmental safety of the hydromineral base of the Kislovodsk resort. In Actual problems of the hydrolithosphere (diagnostics, forecast, management, optimization and automation). Collection of reports. Editorial board: Borodavkin PP, Malkov AV, Pershin IM. 2015;92-116. (In Russ.).
28. Pershin IM, Nosova VA, Malkov AV. Design of distributed control systems using the results of experimental studies. In XI All-Russian scientific conference "System synthesis and applied synergetics": collection of scientific papers. Publishing and printing complex of the KIBI MEDIA CENTER of the Southern Federal University. 2022. 362 p. (In Russ.). <https://doi.org/10.18522/syssyn-2022-42>
29. Pershin IM, Nosova VA, Tsapleva VV. Methodology for designing distributed self-adjusting control systems. In V International Scientific Conference on Control Problems in Technical Systems (PUTS-2023). Collection of reports. St. Petersburg. September 26-28, 2023. SPb: ETU "LETI"; 298 p. ISBN 978-5-7629-3236-3. (In Russ.).
30. Voronov AA. Fundamentals of the theory of automatic control. Special linear and nonlinear systems. Moscow: Ehnergiya; 1981. 303 p. (In Russ.).
31. Pershin IM. The investigation of the characteristics of spatial filters. Modern Science and Innovations. 2024;2(46):49-59. (In Russ.).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Иван Митрофанович Першин – доктор технических наук, профессор, Пятигорский институт (филиал), Северо-Кавказский федеральный университет, <https://orcid.org/0000-0002-7618-1173>, ivmp@yandex.ru

Виктория Андреевна Носова – аспирант, Санк-Петербургский горный университет, vikaaa27.09@mail.ru

Вклад авторов: все авторы внесли равный вклад в подготовку публикации.

Конфликт интересов: один из авторов – доктор технических наук, профессор И. М. Першин является членом редакционного совета и редакционной коллегии журнала «Современная наука и инновации». Авторам неизвестно о каком-либо другом потенциальном конфликте интересов, связанном с этой рукописью.

Статья поступила в редакцию: 08.09.2024;
одобрена после рецензирования: 10.10.2024;
принята к публикации: 18.10.2024.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Ivan M. Pershin – Dr. Sci. (Techn.), Professor, Pyatigorsk Institute (branch), North-Caucasus Federal University, <https://orcid.org/0000-0002-7618-1173>, ivmp@yandex.ru

Victoria A. Nosova – Postgraduate Student, Saint Petersburg Mining University, vikaaa27.09@mail.ru

Contribution of the authors: the authors contributed equally to this article.

Conflict of interest: one of the authors IM Pershin, Dr. Sci. (Techn.), Professor, is a member of the Editorial Council and the Editorial Board of the journal "Modern Science and Innovations". The author is unaware of any other potential conflict of interest related to this manuscript.

The article was submitted: 08.09.2024;
approved after reviewing: 10.10.2024;
accepted for publication: 18.10.2024.