

УДК 556.3, 519.6, 519.71

DOI: 10.37493/2307-910X.2023.1.2

Першин Иван Митрофанович

[Pershin Ivan Mitrofanovich],

Носова Виктория Андреевна

[Nosova Victoria Andreevna],

Цаплева Валентина Викторовна

[Tsapleva Valentina Viktorovna]

САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

SELF-ADJUSTING DISTRIBUTED CONTROL SYSTEMS

*Северо-Кавказский Федеральный Университет, Пятигорский институт (филиал) СКФУ,
Пятигорск, Россия / North-Caucasus Federal University, Pyatigorsk Institute (branch) of NCFU
Pyatigorsk, Russia, E-mail: ivmp@yandex.ru*

Аннотация

Рассматриваются распределенные системы управления, обладающие возможностью изменять параметры распределенного регулятора в зависимости от изменения параметров распределенного объекта. По характеру, рассматриваемые адаптивные системы относятся к группе самонастраивающихся. В статье рассматривается процедура синтеза адаптивного распределенного регулятора.

Ключевые слова: распределенные системы, самонастраивающиеся распределенные регуляторы, проектирование адаптивных распределенных систем.

Abstract

Distributed control systems are considered that have the ability to change the parameters of a distributed controller depending on changes in the parameters of a distributed object. By nature, the considered adaptive systems belong to the group of self-adjusting systems. The article considers the procedure for the synthesis of an adaptive distributed controller.

Key words: distributed systems, self-tuning distributed regulators, design of adaptive distributed systems.

Процессы, протекающие в окружающей нас среде, протекают не только во времени, но и в пространстве. Математические модели рассматриваемых процессов описываются уравнениями в частных производных и соответствующими граничными и начальными условиями. Сигналы входа и выхода рассматриваемых процессов (распределенных объектов) изменяются не только во времени, но и в пространстве. Развитие системного анализа распределенных процессов, осуществляется с семидесятых годов прошлого века. При этом, основное внимание уделяется исследованию линейных распределенных систем [1-4]. Следует отметить, что многие, практически важные процессы описываются уравнениями в частных производных, содержащими нелинейные параметры. В качестве примера рассмотрим математическую модель теплового процесса в нагревательной камере, математическая модель которой задана в виде:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a \cdot \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right),$$

$$0 < x < X_L, \quad 0 < y < Y_L, \quad 0 < z < Z_L.$$

Граничные и начальные условия :

$$T(0, y, z, \tau) = T(x, 0, z, \tau) = T(X_L, y, z, \tau) = T(x, Y_L, z, \tau) = 0, \quad (1)$$

$$\lambda \cdot \partial T(x, y, Z_L, \tau) / \partial z = U(x, y, \tau),$$

$$\frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad T(x, y, z, 0) = 0.$$

Где: $T(x, y, z, \tau)$ – фазовая переменная (температурное поле); x, y, z – пространственные координаты; a – заданный коэффициент температуропроводности; X_L, Y_L, Z_L – заданные значения; λ – коэффициент теплопроводности, τ – время; $U(x, y, \tau)$ – входное воздействие; $T(x, y, z^*, \tau)$ – функция выхода (z^* – заданное значение ($0 < z^* < Z_L$)).

На рис. 1. показаны графики изменения значений параметров рассматриваемого объекта a и λ (для воздуха) в зависимости от температуры [5].

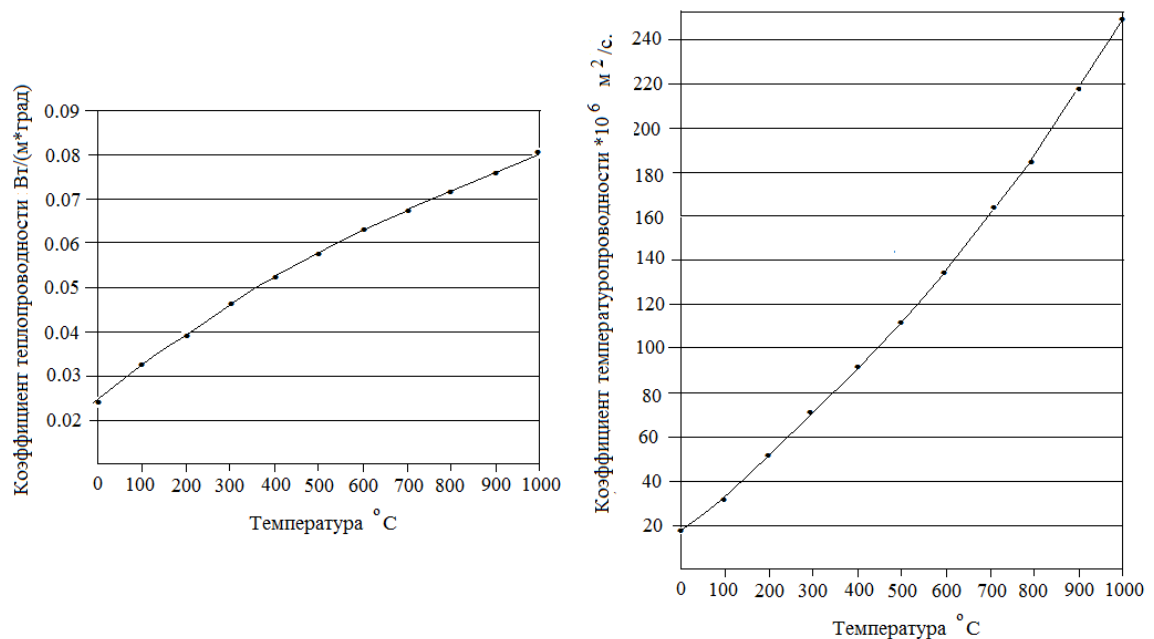


Рисунок 1 – Графики изменения параметров, a и λ

Поскольку параметры, a и λ зависят от фазовой переменной (см. графики рис. 1), то объект (1) может быть отнесен к классу нелинейных распределенных объектов. Положим, что в камере осуществляется технологический процесс термической обработки, температура которого изменяется от 200 до 800 °C.

В табл. 1 приведены соответствующие значения изменения параметров рассматриваемого процесса [5]

Таблица 1 – Изменение параметров рассматриваемого процесса

T, °C	200	400	600	800
i	1	2	3	4
$a_i, \text{м}^2/\text{с}$	0,00 00514	0,00 0093	0,00 01383	0,00 01888
$\lambda_i,$ Вт/(м·град)	0,03 93	0,05 21	0,06 22	0,07 1

Аппроксимация параметров модели объекта.

В рассматриваемом случае аппроксимацию параметров объекта будем осуществлять с помощью линейных функций. В результате вычислений получены следующие аппроксимирующие функции:

$$a=0.00000023 \cdot T + 0.0000056; \quad \lambda=0.00005283 \cdot T + 0.02873333.$$

В табл. 2 приведены вычисленные значения аппроксимированных функций при заданных значениях температуры.

Таблица 2 – Значения аппроксимированных функций

T, °C	200	400	600	800
$a, \text{м}^2/\text{с}$	0.00 00514	0.00 009720	0.00 01430	0.00 01888
$\lambda_i,$ Вт/(м·град)	0.03 930	0.04 986667	0.06 043333	0.07 10

Геометрические размеры камеры заданы в виде: $X_L=1\text{м.}; Y_L=0.8\text{м.}; Z_L=0.32\text{м.}; z^*=0,1765$.

В соответствии с граничными условиями объекта (1), пространственные моды входного воздействия [4,5] могут быть сформированы в виде:

$$U(x, y, \tau) = \sum_{\eta, \gamma=1}^{\infty} A_{\eta, \gamma}(\tau) \cdot \sin(\psi_{\eta} \cdot x) \cdot \sin(\hat{\psi}_{\gamma} \cdot y), \quad 0 < x < X_L, 0 < y < Y_L,$$

$$\psi_{\eta} = \pi \cdot \eta / X_L \quad \hat{\psi}_{\gamma} = \pi \cdot \gamma / Y_L, \quad G_{\eta, \gamma} = \psi_{\eta}^2 + \hat{\psi}_{\gamma}^2.$$

Методика определения параметров аппроксимирующих звеньев, распадается на следующие этапы [6-8]:

1. Выберем две пространственные моды, для которых определим значения

Обобщенной координаты:

$$G_{1,1}=(\pi \cdot 1/1)^2 + (\pi \cdot 1/0.8)^2=25.29086; \quad G_{3,3}=(\pi \cdot 3/1)^2 + (\pi \cdot 3/0.8)^2=227.617751.$$

2. Определим статические и динамические характеристики объекта, для различных значений параметров процесса (см. табл. 1).

Была составлена дискретная модель рассматриваемого объекта, при этом число точек дискретизации по координатам было выбрано: $x \rightarrow 16; y \rightarrow 16; z \rightarrow 30$. Полагая: $a_1=0,0000514; \lambda_1=0,0393$, по результатам моделирования построены графики, приведенные на рис. 2, рис. 3.

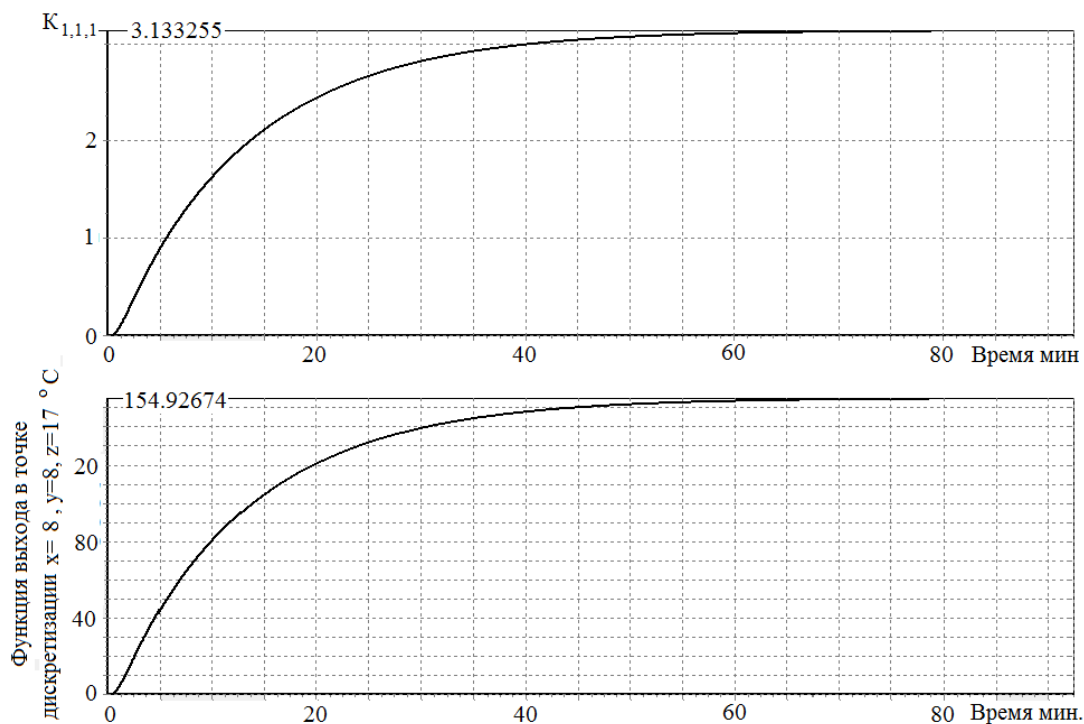


Рисунок 2. Графики переходных процессов для G_{11}

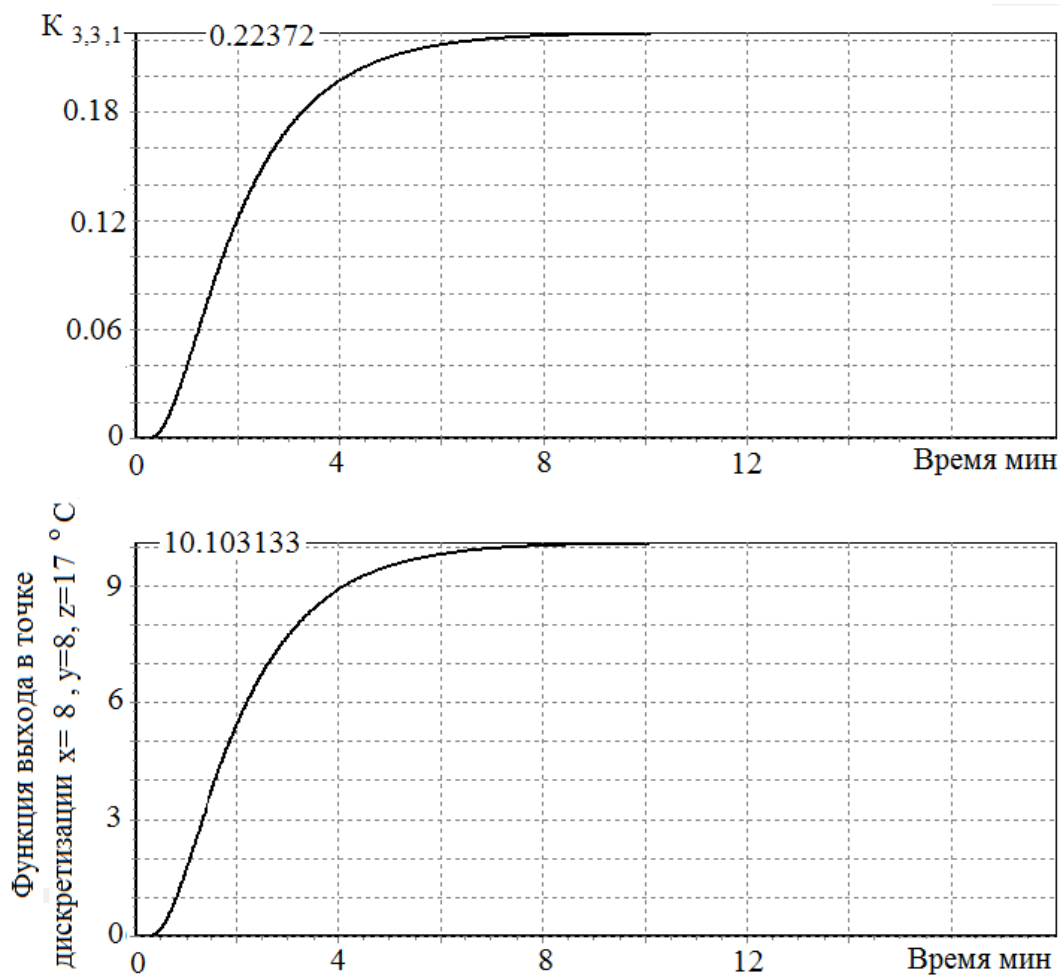


Рисунок 3. Графики переходных процессов для G_{33}

Графики реакции объекта на гармоническое входное воздействие:

$$U(x, y, \tau) = A \cdot \sin(\psi_1 \cdot x) \cdot \sin(\hat{\psi}_1 \cdot y) \cdot \sin(\omega \cdot \tau),$$

приведены на рис.4 ($\omega=0.01$ 1/с.). Вычислим значение сдвига по фазе функции выхода относительно входного воздействия ($\Delta\varphi_{\eta,\gamma,i}$) (см. рис.4):

$$\Delta\varphi_{1,1,1} = -2 \cdot \pi \cdot 3.316 / 10.47 = -1.989975 .$$

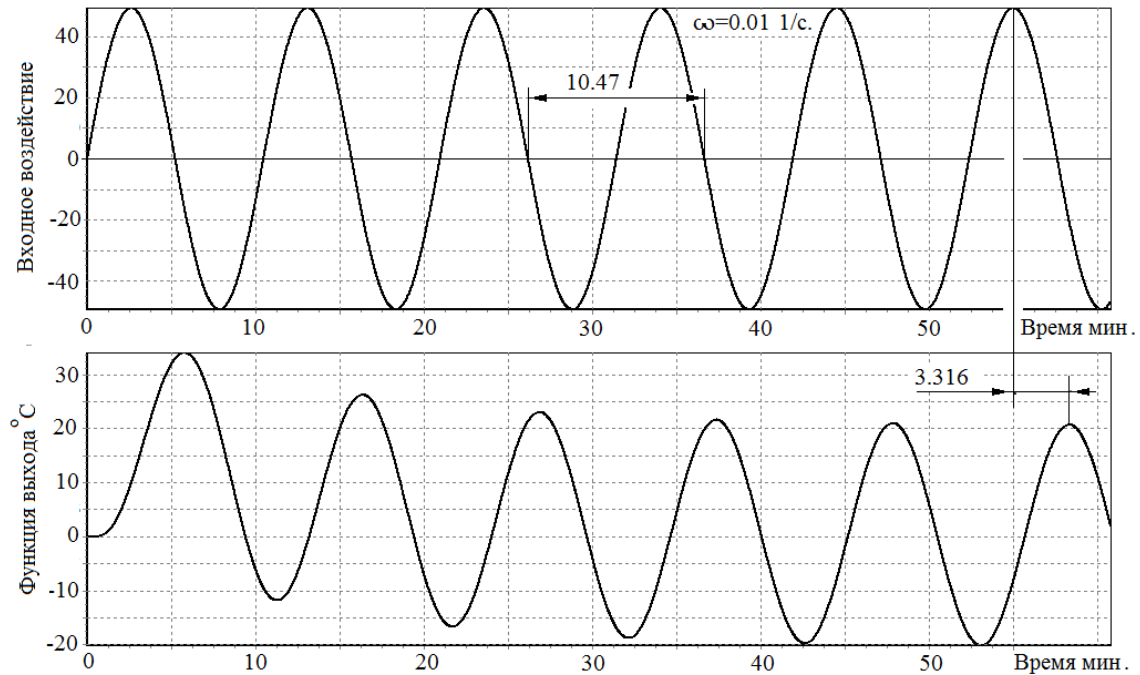


Рисунок 4. Реакция объекта на гармоническое входное воздействие G_{11}

3. Определим параметры аппроксимирующего звена.

В рассматриваемом случае будем использовать звено вида [4]:

$$W_{a,\eta,\gamma,i}(s) = \frac{K_i}{\beta_{\eta,\gamma,i}} \cdot \exp(-\beta_{\eta,\gamma,i} \cdot \Delta z_i), \quad \beta_{\eta,\gamma,i} = \left(\frac{s}{a_i} + G_{\eta,\gamma} \right)^{1/2}, \quad \eta, \gamma = 1.. \infty, i = 1, 2, 3, 4. \quad (2)$$

Методика определения параметров рассматриваемого звена приведена в [4] и распадается на следующие этапы:

1. Определим значения K_i и Δz_i для рассматриваемого аппроксимирующего звена. Приравнявая статические коэффициенты усиления звена (2), при ($s=0$), к статическим коэффициентам усиления по выбранным пространственным модам, получим систему уравнений для определения значений K_i и Δz_i :

$$\begin{cases} K_{1,1,i} = \frac{K_i}{\beta_{1,1}} \cdot \exp(-\beta_{1,1} \cdot \Delta z_i), & \beta_{1,1} = (G_{1,1})^{0.5} \\ K_{3,3,i} = \frac{K_i}{\beta_{3,3}} \cdot \exp(-\beta_{3,3} \cdot \Delta z_i), & \beta_{3,3} = (G_{3,3})^{0.5}, \end{cases}$$

$$G_{1,1}=25.29086, \quad G_{3,3}=227.617751$$

Подставляя в полученную систему уравнений значения $K_{1,1,1}$, $K_{3,3,1}$ (см. рис.2, рис.3) и решая получим: $K_1 = 34.0456$, $\Delta z_1 = 0.153193$.

2. Полагая в (2) $s=j\omega$ ($\omega=0.01$), запишем соотношение для определения фазы аппроксимирующего звена (2):

$$\varphi_i = -\Delta z_i \cdot \text{Im}(\beta_{1,1,i}) - \arctan(\omega / (a_i \cdot (G_{1,1})))$$

Вычислим значение параметра a_1 , для которого выполняется условие $\varphi = \Delta\varphi_{1,1,1}$. По результатам вычислений получено: $a_1 = 0.0000614$.

3. Передаточная функция аппроксимирующего звена ($W_{a,i}$), записанная с использованием обобщенной координаты [3,4] (при $T=200$ °C., $i=1$), имеет вид:

$$W_{a,1}(G, s) = \frac{34.0456}{\beta_1(G, s)} \cdot \exp(-\beta_1(G, s) \cdot 0.153193); \beta_1(G, s) = \left(\frac{s}{0.0000614} + G \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$G_{1,1} \leq G \leq \infty.$$

Аналогичные графики были получены и для остальных параметров объекта (см. табл.3) и определены значения параметров аппроксимирующих функций

Таблица 3.

T, °C	200	400	600	800
i	1	2	3	4
$a_i, \text{ м}^2/\text{с. (см.рис.1)}$	0.0000514	0.000093	0.0001383	0.0001888
$\lambda_i, \text{ Вт/(м} \cdot \text{град.)}$	0.0393	0.0521	0.0622	0.071
Результаты моделирования				
$K_{1,1,i}$	3.13325	2.364494	1.980565	1.735087
$K_{3,3,i}$	0.22372	0.168756	0.14135	0.1238339
$\Delta\phi_{1,1,i}$	-1.988	-1.6929	-1.4324	-1.3211
Параметры аппроксимирующей модели				
K_i	34.0456	25.697975	21.52568	18.85746
Δz_i	0.153193	0.153236	0.15324	0.15324
a_i	0.0000614	0.0000901	0.000130	0.0001541

Исходные данные и результаты вычислений

Запишем передаточные функции аппроксимирующих звеньев для различных значений T:

$$T=400 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$W_{a,2}(G, s) = \frac{25.697975}{\beta_2(G, s)} \cdot \exp(-\beta_2(G, s) \cdot 0.153236); \quad \beta_2(G, s) = \left(\frac{s}{0.0000901} + G \right)^{1/2}, \quad G_{1,1} \leq G \leq \infty.$$

$$T=600 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$W_{a,3}(G, s) = \frac{21.52568}{\beta_3(G, s)} \cdot \exp(-\beta_3(G, s) \cdot 0.15324); \quad \beta_3(G, s) = \left(\frac{s}{0.000130} + G \right)^{1/2}, \quad G_{1,1} \leq G \leq \infty \quad (4)$$

$$T=800 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$W_{a,4}(G, s) = \frac{18.85746}{\beta_4(G, s)} \cdot \exp(-\beta_4(G, s) \cdot 0.15324); \quad \beta_4(G, s) = \left(\frac{s}{0.0001541} + G \right)^{1/2}, \quad G_{1,1} \leq G \leq \infty.$$

Процедура синтеза адаптивного распределенного регулятора распадается на следующие этапы:

1. Выбор структуры распределенного регулятора.

В литературе описана методика синтеза распределенного регулятора, реализующего пропорционально-интегрально-дифференциальный закон управления [3,4] и приводится решение множества технических задач.

Передаточная функция рассматриваемого регулятора записывается в виде:

$$W(x,y,s) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right] + E_2 \cdot \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \cdot \nabla^2 \right] s + E_4 \cdot \left[\frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \cdot \nabla^2 \right]. \quad (5)$$

Где: E_η , n_η ($\eta=1,2,4$)—параметры, значения которых определяются в процессе синтеза.

При решении практических задач получено, что коэффициент усиления регулятора, в точках перегиба, при увеличении значения обобщенной координаты, возрастает. Это приводит к изменению амплитудных характеристик распределенного регулятора в окрестностях точек перегиба (см. рис.5) и оказывает влияние на динамические характеристики процесса регулирования по рассматриваемым модам.

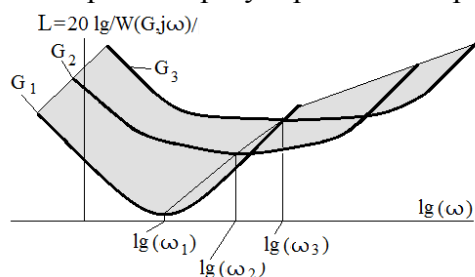


Рисунок 5. Изменение амплитудных характеристик в окрестностях точек перегиба

Запишем передаточную функцию модифицированного распределенного регулятора, реализующего пропорционально-интегрально- дифференциальный закон управления в виде:

$$W_m(x,y,s) = E_1 \cdot \left[\frac{n_1 - 1}{n_1} - \frac{1}{n_1} \cdot \nabla^2 \right] \cdot \left[1 + E_2 \cdot \left[\frac{n_2 - 1}{n_2} - \frac{1}{n_2} \cdot \nabla^2 \right] s + E_4 \cdot \left[\frac{n_4 - 1}{n_4} - \frac{1}{n_4} \cdot \nabla^2 \right] \right], \quad (6)$$

где: E_η , n_η ($\eta=1,2,4$)—параметры, значения которых определяются в процессе синтеза.

На рис.6 приведены амплитудные характеристики в окрестностях точек перегиба модифицированного регулятора (6). Характер изменения амплитудных характеристики в точках перегиба, при увеличении значения обобщенной координаты, не меняется.

В рассматриваемом случае выберем структуру адаптивного регулятора в виде (6).

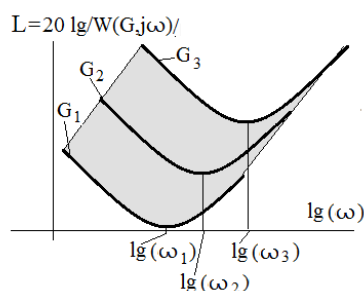


Рисунок 6. Амплитудные характеристики в окрестностях точек перегиба модифицированного регулятора

2. Методика синтеза модифицированных регуляторов.

Постановка задачи: для системы управления объектом, передаточные функции которого по выбранным пространственным модам заданы в виде (3),(4), синтезировать модифицированные распределенные регуляторы:

$$W_{m,i}(x, y, s) = E_{1,i} \cdot \left[\frac{n_{1,i} - 1}{n_{1,i}} - \frac{1}{n_{1,i}} \cdot \nabla^2 \right] \cdot \left[1 + E_{2,i} \cdot \left[\frac{n_{2,i} - 1}{n_{2,i}} - \frac{1}{n_{2,i}} \cdot \nabla^2 \right] \cdot s + E_{4,i} \cdot \left[\frac{n_{4,i} - 1}{n_{4,i}} - \frac{1}{n_{4,i}} \cdot \nabla^2 \right] \right], \quad i = 1, 2, 3, 4. \quad (7)$$

(Где: $E_{\eta,i}$, $n_{\eta,i}$ ($\eta=1,2,4$) ($i=1,2,3,4$) параметры, значения которых определяются в процессе синтеза, с использованием значений, приведенных в табл.2.)

При этом на запасы устойчивости разомкнутой системы и на параметр наложены ограничения:

запас устойчивости по фазе $-\Delta\varphi_i \geq \pi/4$; значение параметра $\Delta = \lg(30)$.

Передаточная функция модифицированного распределенного регулятора (7), с использованием обобщенной координаты G , может быть записана в виде:

$$W_{m,i}(G, s) = E_{1,i} \cdot \left[\frac{n_{1,i} - 1}{n_{1,i}} + \frac{1}{n_{1,i}} \cdot G \right] \cdot \left[1 + E_{2,i} \cdot \left[\frac{n_{2,i} - 1}{n_{2,i}} + \frac{1}{n_{2,i}} \cdot G \right] \cdot s + E_{4,i} \cdot \left[\frac{n_{4,i} - 1}{n_{4,i}} + \frac{1}{n_{4,i}} \cdot G \right] \right], \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Рассмотрим методику синтеза модифицированного распределенного регулятора ($i=1$), которая состоит из следующих этапов:

2.1. Полагая, что фазовый сдвиг, вносимый в систему регулятором равен нулю, определим желаемые точки среза модуля разомкнутой системы:

$$W_{a,1}(G, s) = \frac{34.0456}{\beta_1(G, s)} \cdot \exp(-\beta_1(G, s) \cdot 0.153193); \quad \beta_1(G, s) = \left(\frac{s}{0.0000614} + G \right)^{1/2}, \quad (8)$$

$$G_{1,1} \leq G \leq \infty,$$

по двум пространственным модам входного воздействия ($G=G_{1,1}=25.29086$; $G=G_{3,3}=227.617751$). Подставляя в (8) $s=j\omega$ и преобразуя, приходим к следующему результату:

$$-\pi + \Delta\varphi_1 = -\arctg(\operatorname{Im}(W_{a,1}(G, j\omega)) / \operatorname{Re}(W_{a,1}(G, j\omega))) . \quad (9)$$

Решая уравнение (9) численным методом, для выбранных пространственных мод ($G_{1,1}$ и $G_{3,3}$), желаемые точки среза модуля разомкнутой системы: $\omega_{1,1}=0.01523$, $\omega_{3,3}=0.02768$.

2.2. Определение параметров пространственно-усилительного звена модифицированного распределенного регулятора.

Подставляя $\omega = \omega_{1,1}$, $\omega = \omega_{3,3}$ в соотношение:

$$M(G, j\omega) = ((\operatorname{Im}(W_{a,1}(G, j\omega)))^2 + (\operatorname{Re}(W_{a,1}(G, j\omega)))^2)^{0.5},$$

определим значения модуля объекта управления для выбранных пространственных мод ($G_{1,1}$, $G_{3,3}$). Поскольку $\omega_{1,1}$, $\omega_{3,3}$ являются частотами среза модуля разомкнутой системы, то коэффициенты усиления регулятора в этих точках равны:

$$\bar{M}_{1,1} = (M(G_{1,1}, j\omega_{1,1}))^{-1}, \quad \bar{M}_{3,3} = (M(G_{3,3}, j\omega_{3,3}))^{-1}$$

Определение параметров пространственно-усилительного звена (n_1 и E_1)

$$W_1(G, s) = E_{1,1} \cdot \left[\frac{n_{1,1} - 1}{n_{1,1}} + \frac{1}{n_{1,1}} \cdot G \right]$$

будем осуществлять, исходя из условия:

$$\begin{cases} \bar{M}_{1,1} = E_{1,1} \left[\frac{n_{1,1} - 1}{n_{1,1}} + \frac{G_{1,1}}{n_{1,1}} \right], \\ \bar{M}_{3,3} = E_{1,1} \left[\frac{n_{1,1} - 1}{n_{1,1}} + \frac{G_{3,3}}{n_{1,1}} \right] \end{cases} \quad (10)$$

(при этом на значение $n_{1,1}$ накладывается ограничение $n_{1,1} \geq 1$ [4])

Подставляя вычисленные значения $\bar{M}_{1,1}, \bar{M}_{3,3}, G_{1,1}, G_{3,3}$ и решая полученную систему (10), приходим к следующему результату: $n_1 = 34.562029$, $E_1 = 1.64061$.

2.3. Определение параметров распределенного звена вида:

$$W_{d,1}(G, s) = \left[1 + E_{2,1} \cdot \left[\frac{n_{2,1} - 1}{n_{2,1}} + \frac{1}{n_{2,1}} \cdot G \right] \cdot s + E_{4,1} \cdot \left[\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} \cdot G \right] \right]. \quad (11)$$

Полагая $s = j\omega$, определим амплитудную (M) и фазовую (φ) частотные характеристики звена (11):

$$M(G, \omega) = \left[\left(\frac{K_{2,1}(G) \cdot \omega^2 - K_{4,1}(G)}{\omega} \right)^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$\varphi(G, \omega) = \arctg \left(\frac{K_{2,1}(G) \cdot \omega^2 - K_{4,1}(G)}{\omega} \right), \quad (12)$$

$$K_{j,1}(G) = E_{j,1} \left[\frac{n_{j,1} - 1}{n_{j,1}} + \frac{1}{n_{j,1}} G \right], \quad (j = 2, 4).$$

Минимальное значение модуля, равное единице, будет при

$$K_{2,1}(G) \cdot \omega^2 - K_{4,1}(G) = 0. \quad (13)$$

Преобразуем (13), получим:

$$\lg(\omega^2) = \lg(K_{4,1}(G)) - \lg(K_{2,1}(G)).$$

Или

$$\lg(\omega^2) = \lg(E_{4,1} \cdot \left[\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} G \right]) - \lg(E_{2,1} \cdot \left[\frac{n_{2,1} - 1}{n_{2,1}} + \frac{1}{n_{2,1}} G \right]). \quad (14)$$

Уравнение (14) описывает линию перегиба звена (11) (распределенного регулятора). Подставляя в (14): $\omega_{1,1}, G_{1,1}; \omega_{3,3}, G_{3,3}$ получим:

$$\lg(\omega_{11}^2) = \lg(E_{4,1} \cdot \left[\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} G_{11} \right]) - \lg(E_{2,1} \cdot \left[\frac{n_{2,1} - 1}{n_{2,1}} + \frac{1}{n_{2,1}} G_{11} \right]), \quad (15)$$

$$\lg(\omega_{33}^2) = \lg(E_{4,1} \cdot \left[\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} G_{33} \right]) - \lg(E_{2,1} \cdot \left[\frac{n_{2,1} - 1}{n_{2,1}} + \frac{1}{n_{2,1}} G_{33} \right]). \quad (16)$$

Вычитая из (16) уравнение(15), и преобразуя, получим:

$$\lg(\Delta\omega^2) = \lg\left(\frac{n_{4,1} - 1 + G_{33}}{n_{4,1} - 1 + G_{11}}\right) - \lg\left(\frac{n_{2,1} - 1 + G_{33}}{n_{2,1} - 1 + G_{11}}\right), \quad \Delta\omega = \frac{\omega_{33}}{\omega_{11}}. \quad (17)$$

Если в (17) $\Delta\omega > 1$, то положим $n_{2,1} = \infty$, тогда $n_{4,1}$ определяется из соотношения:

$$n_{4,1} = \frac{\Delta\omega^2 - 1 + G_{33} - \Delta\omega^2 \cdot G_{11}}{\Delta\omega^2 - 1}, \quad (18)$$

при этом на изменение значение $n_{4,1}$ наложено [3,4] ограничение: $n_{4,1} \geq 1$.

Определим взаимосвязь параметров рассматриваемых звеньев с параметром Δ (в рассматриваемом случае $\Delta = \lg(30)$) (см. рис. 7)

$$\lg(\omega_{21}^2) = \lg((\omega_{11} \cdot 10^\Delta)^2) = \lg(1/(E_{2,1} \cdot \left[\frac{n_{2,1} - 1}{n_{2,1}} + \frac{1}{n_{2,1}} G_{11} \right])),$$

$$\lg(\omega_{22}^2) = \lg((\omega_{11}/10^\Delta)^2) = \lg(E_{4,1} \cdot \left[\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} G_{11} \right]). \quad (19)$$

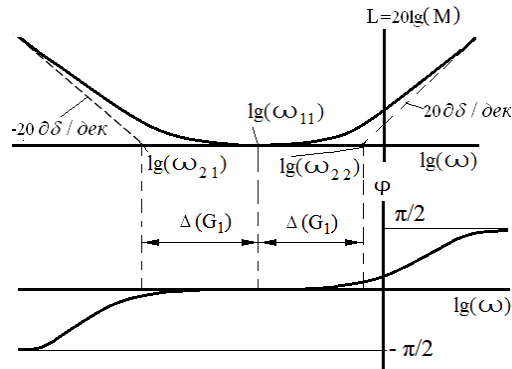


Рисунок 7. Влияние параметра Δ на частотные характеристики звена $W_{d,1}(G_{1,s}=j\omega)$

Полагая $n_{2,1} = \infty$, первое и второе уравнения (19) преобразуются к виду:

$$\lg((\omega_{11} \cdot 10^\Delta)^2) = \lg(1/E_{2,1}), \rightarrow E_2 = 1/(\omega_{11} \cdot 10^\Delta)^2; \quad (20)$$

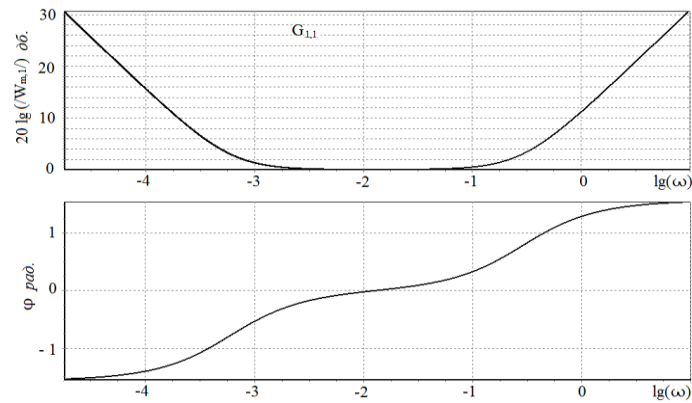
$$\lg((\omega_{11}/10^\Delta)^2) = \lg(E_{4,1} \cdot \left[\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} G_{11} \right]), \rightarrow E_4 = \frac{(\omega_{11}/10^\Delta)^2}{\left(\frac{n_{4,1} - 1}{n_{4,1}} + \frac{1}{n_{4,1}} G_{11} \right)}.$$

(21)

Подставляя исходные данные $\omega_{1,1} = 0.01523$, $G_{1,1} = 25.29086$, $\omega_{3,3} = 0.02768$, $G_{3,3} = 227.617751$, $\Delta = \lg(30)$ в (17), (18), (20), (21), получим:

$n_{2,1} = \infty$, $E_{2,1} = 4.790245$, $n_{4,1} = 63.555858$, $E_{4,1} = 0.000367$.

На рис. 8 приведены частотные характеристики.

Рисунок 8. Частотные характеристики $W_{d,1}(G, s = j\omega)$.

3. Анализ устойчивости замкнутой системы.

Разомкнутая система состоит из модифицированного регулятора $W_{a,1}(G, s)$ и объекта. Полагая $s=j\omega$, подставляя вычисленные данные в передаточные функции объекта и регулятора, и используя методику, приведенную в [3,4], определим линии среза модуля и фазы разомкнутой системы. По результатам вычислений построены графики, линий среза модуля и фазы разомкнутой распределенной системы (см. рис. 9). В соответствии с критерием устойчивости Найквиста [3,4], замкнутая система будет устойчива.

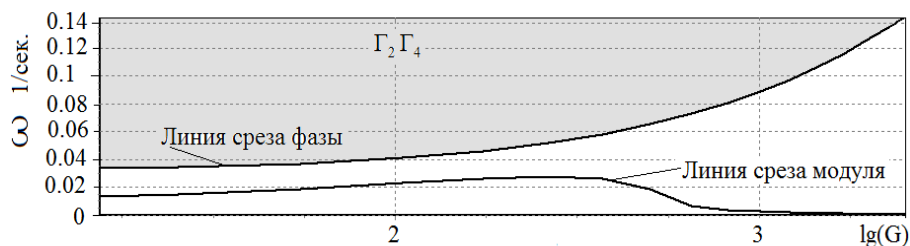


Рисунок 9. Анализ устойчивости замкнутой системы

Используя приведенную выше методику синтеза модифицированных регуляторов, были определены параметры модифицированного распределенного регулятора для объектов, передаточные функции которых описываются в виде (4). Параметры синтезированных распределенных регуляторов приведены в табл.4. Расчеты показывают, что рассматриваемые параметры $n_{1,i}$, $n_{2,i}$, $n_{4,i}$, при изменении температуры (Т), меняются незначительно. Выберем значения этих параметров в виде: $n_{1,i}=34.53$, $n_{2,i}=\infty$, $n_{4,i}=63.51$.

Таблица 4. - Параметры распределенных регуляторов

T, °C	200	400	600	800
i	1	2	3	4
$n_{1,i}$	34.562029	34.521211	34.5530	34.540068
$E_{1,i}$	1.640613	2.171255	2.593938	2.959822
$n_{2,i}$	∞	∞	∞	∞
$E_{2,i}$	4.790245	2.226338	1.068975	0.761033
$n_{4,i}$	63.555858	63.445382	63.534742	63.502757
$E_{4,i}$	0.000367	0.000538	0.000777	0.000921

На рис.10 приведены графики изменения параметров: $E_{1,i}$, $E_{2,i}$, $E_{4,i}$. В результате аппроксимации графиков (см. рис.10), были получены следующие функции:

$$\begin{aligned}
 E_1(T) &= 1.20087667 + 0.00219868 \cdot T; \\
 E_2(T) &= 8.84455130 \cdot \exp(-0.0030661 \cdot T); \\
 E_4(T) &= 0.00018233 + 0.00000092 \cdot T.
 \end{aligned} \quad (22)$$

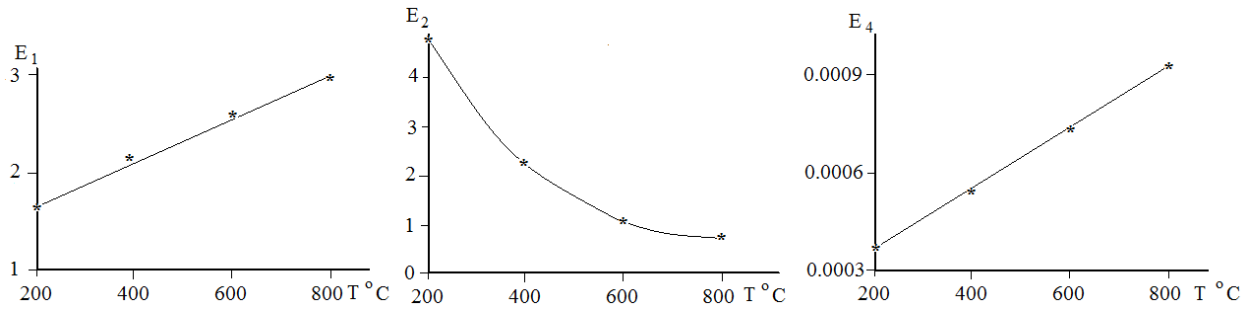


Рисунок 10. Графики изменения параметров распределенного регулятора

Передаточная функция адаптивного распределенного регулятора (7) может быть записана в виде:

$$W_k(x, y, s, T) = E_1(T) \cdot \left[\frac{34.53-1}{34.53} - \frac{1}{34.53} \cdot \nabla^2 \right] \cdot \left[1 + E_2(T) \cdot s + E_4(T) \cdot \left[\frac{63.51-1}{63.51} - \frac{1}{63.51} \cdot \nabla^2 \right] \right] \quad (23)$$

Моделирование работы замкнутой системы управления

Математическая модель объекта управления, с учетом аппроксимации параметров, может быть представлена в виде:

$$\frac{\partial T(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = a(T) \cdot \left(\frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \right),$$

$$0 < x < X_L, 0 < y < Y_L, 0 < z < Z_L,$$

Граничные и начальные условия :

$$T(0, y, z, \tau) = T(x, 0, z, \tau) = T(X_L, y, z, \tau) = T(x, Y_L, z, \tau) = 0, \quad (24)$$

$$\lambda \cdot \partial T(x, y, Z_L, \tau) / \partial z = U(x, y, \tau),$$

$$\lambda(T) = 0.00005283 \cdot T + 0.02873333,$$

$$\frac{\partial T(x, y, 0, \tau)}{\partial z} = 0, \quad T(x, y, z, 0) = 0.$$

В практических случаях, для вычисления параметров аппроксимирующих функций объекта ($a(T)$, $\lambda(T)$) и параметров регулятора, используют измерения температуры в выбранной точке, например $T = T(x^*, y^*, z^*, \tau)$ (x^*, y^*, z^* – заданные значения. В рассматриваемом случае $x^* = 0.4375\text{м.}$, $y^* = 0.35\text{м.}$, $z^* = 0.1765\text{м.}$, $a(T) = 0.00000023 \cdot T(x^*, y^*, z^*, \tau) + 0.0000056$; $\lambda(T) = 0.00005283 \cdot T(x^*, y^*, z^*, \tau) + 0.02873333$.

Структурная схема системы управления приведена на рис. 11.



Рисунок 11. Структурная схема адаптивной распределенной системы управления

По результатам моделирования замкнутой системы управления построены графики переходных процессов, приведенные на рис.12.

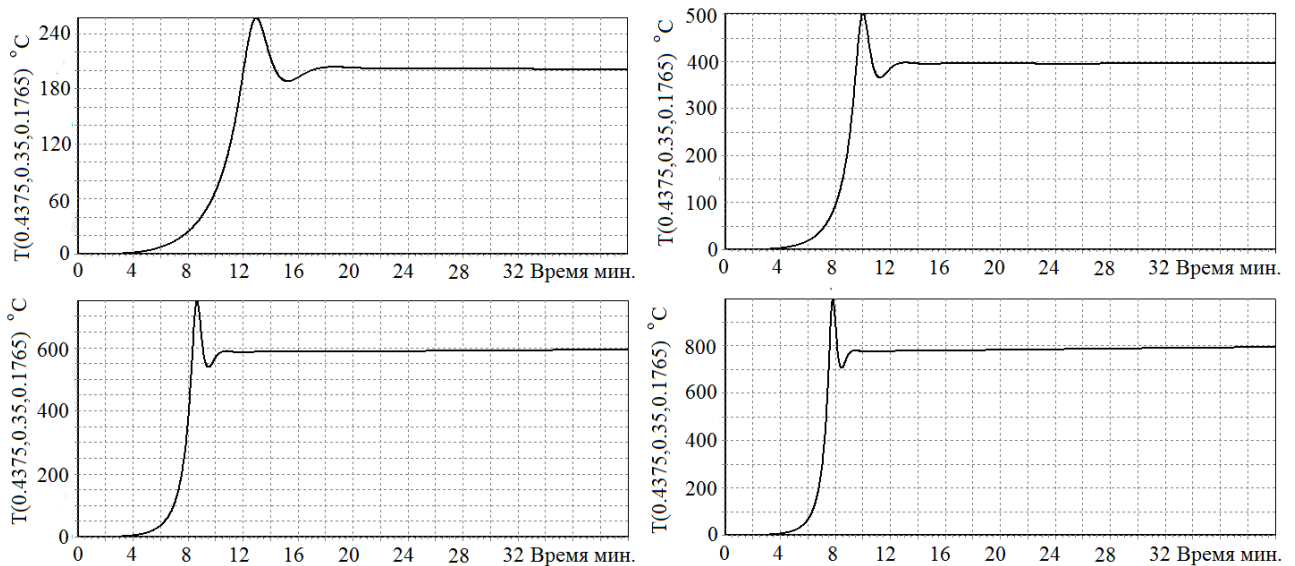


Рисунок 12. Графики переходных процессов

Заключение. Как показывают графики рис. 12, синтезированный регулятор достаточно эффективно управляет рассматриваемым процессом, при изменении фазовой переменной в большом диапазоне температур. Используя приведенную выше методику, может быть синтезирован распределенный адаптивный регулятор для системы управления процессом, параметры которого изменяются, при изменении фазовой переменной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сиразетдинов Т.К. Оптимизация систем с распределенными параметрами. М.: Наука, 1977. 479 с.
2. Бутковский А.Г. Структурная теория распределенных систем. М.: Наука, 1979. 320 с.
3. Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
4. Першин И.М. Проектирование распределенных систем. Теория и практика. «Северо-Кавказский федеральный университет». 2022. 167с.
5. Богданов С.Н., Бурцев С.И., Иванов О.П., Куприянова А.В. Холодильная техника. Кондиционирование воздуха. Свойства веществ: Справ. / Под ред. С.Н. Богданова. 4-е изд., перераб. и доп. СПб: СПбГАХПТ, 1999. 320 с.
6. Першин И.М. Аппроксимационные модели передаточных функций распределенных объектов / Першин И.М, Веселов Г.Е., Першин М.И.//Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 7 (168). С. 126-138.
7. Першин И.М., Веселов Г.Е., Першин М.И. Методы аппроксимации передаточных функций распределенных объектов // В сборнике: Системный синтез и прикладная синергетика. Сборник научных трудов VII Всероссийской научной конференции. 2015. С. 106-117.

REFERENCES

1. Sirazetdinov T.K. Optimizatsiya sistem s raspredelelennymi parametrami. M.: Nauka, 1977. 479 p.

2. Butkovskii A.G. Strukturnaya teoriya raspredelennykh sistem. M.: Nauka, 1979. 320 p.
3. Malkov A.V., Pershin. I.M. Sistemy s raspredelennymi parametrami. Analiz i sintez. M.: Nauchnyi mir. 2012. 476 p.
4. Pershin I.M. Proektirovanie raspredelennykh sistem. Teoriya i praktika. «Severo-Kavkazskii federal'nyi universitet». 2022. 167 p.
5. Bogdanov S.N., Burtsev S.I., Ivanov O.P., Kupriyanova A.V. Kholodil'naya tekhnika. Konditsionirovanie vozdukh. Svoistva veshchestv: Sprav. / Pod red. S.N. Bogdanova. 4-e izd., pererab. i dop. SPb.: SPBGAKHPT, 1999. 320 p.
6. Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I. Approksimatsionnye modeli peredatochnykh funktsii raspredelennykh ob"ektov // Izvestiya YUFU. Tekhnicheskie nauki. 2015. No. 7 (168). P. 126-138.
7. Pershin I.M., Veselov G.E., Pershin M.I. Metody approksimatsii peredatochnykh funktsii raspredelennykh ob"ektov // V sbornike: Sistemnyi sintez i prikladnaya sinergetika. Sbornik nauchnykh trudov VII Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii. 2015. P. 106-117.

ОБ АВТОРАХ / ABOUT THE AUTHORS

Першин Иван Митрофанович, доктор технических наук, профессор, Пятигорский институт Северо-Кавказского федерального университета, ул. Ермолова, 46, г. Пятигорск, Ставропольский край, 357500, РФ, e-mail: ivmp@yandex.ru.

Ivan M. Pershin, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Pyatigorsk Institute of the North Caucasus Federal University, st. Ermolova, 46, Pyatigorsk, Stavropol Territory, 357500, Russian Federation, e-mail: ivmp@yandex.ru.

Носова Виктория Андреевна, магистрант, Санкт-Петербургский горный университет, 21-я лин. В.О., 2, Санкт-Петербург, 199106 РФ, e-mail: vika27.09@mail.ru

Victoria A. Nosova, Graduate, Saint-Petersburg Mining University, 21st lin. V.O., 2, St. Petersburg, 199106, Russian Federation, e-mail: vika27.09@mail.ru

Цаплева Валентина Викторовна, Северо-Кавказский федеральный университет (филиал в Пятигорске), кандидат технических наук, доцент кафедры систем управления и информационных технологий, e-mail: val-ryazanova@yandex.ru.

Valentina V. Tsapleva, North-Caucasus Federal University (Branch in Pyatigorsk), Cand. Sci. (Tech.), Associate Professor Department of Control Systems and Information Technology, Stavropol, Russian Federation, e-mail: val-ryazanova@yandex.ru.

Дата поступления в редакцию: 19.12.2022

После рецензирования: 13.01.2023

Дата принятия к публикации: 07.02.2023